



ФИЗИЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ  
Государственное образовательное  
учреждение лицей № 1547



Лабораторная работа:  
**Изучение законов динамики вращательного  
движения**

Под редакцией Богданова Г.С.

Москва 2013

# Маятник Обербека

## 1. Цель лабораторной работы

Цель данной лабораторной работы состоит в экспериментальном изучении законов динамики вращательного движения твердого тела и изучении зависимости момента инерции твердого тела от распределения массы относительно неподвижной оси вращения. Момент инерции тела является мерой инертности тела при вращательном движении и аналогичен массе тела при его поступательном движении.

## 2. Задачи лабораторной работы

Задача данной лабораторной работы заключается в том, чтобы экспериментально и теоретически определить, как изменяется момент инерции вращающегося тела при изменении распределения массы относительно неподвижной оси вращения. Момент инерции тел простой геометрической формы можно вычислить по простым формулам. Знание моментов инерции элементов машин и механизмов необходимо для проведения расчетов, связанных с их вращательным движением. В этом заключается прикладное значение изучения методов определения моментов инерции.

## 3. Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности

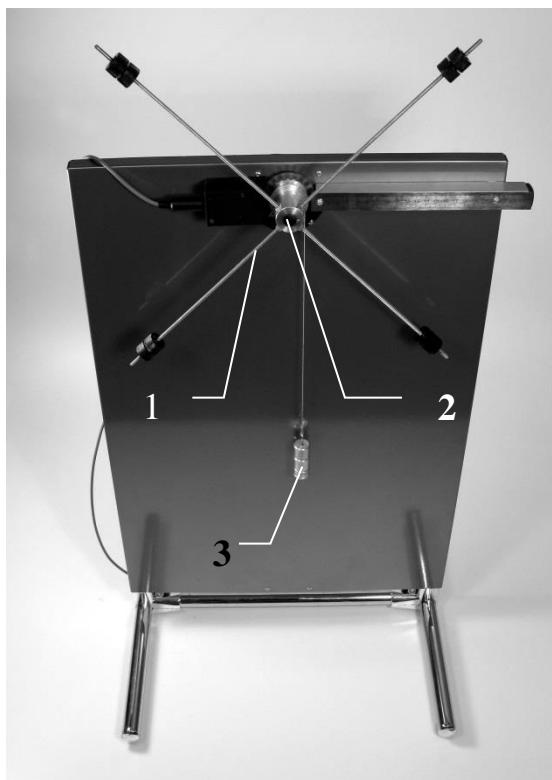


Рис. 1

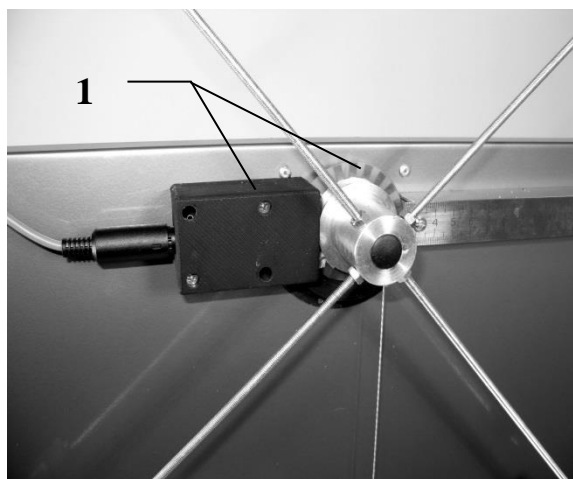


Рис.2

Маятник Обербека (рис.1) представляет собой крестовину 1, на вращающейся оси 2, на шкив которой намотана нить с грузиком 3 массой  $m_0$ . На четырех взаимно перпендикулярных стержнях крестовины располагаются четыре подвижных груза

массой  $m$  каждый. Под действием силы тяжести груза 3 нить разматывается с оси и вызывает вращательное движение крестовины. На оси крестовины располагается датчик угловой скорости вращения маятника (рис.2-1).

К приборам и принадлежностям относятся также компьютер с необходимым программным обеспечением и концентратор для подключения датчика угловой скорости к компьютеру.

#### 4. Теоретическая часть

При изменении расстояния перемещаемых грузов от оси крестовины маятника Обербека угловое ускорение  $\varepsilon$  крестовины тем меньше, чем больше момент инерции тела  $J$  относительно оси вращения. Определить величину углового ускорения  $\varepsilon$  можно с помощью уравнения динамики вращательного движения:

$$J\varepsilon = M, \quad (1)$$

где  $M$  – момент сил, действующих на маятник,  $J$  – момент инерции маятника.

Ускорение  $a$  груза  $m_0$  связано с угловым ускорением  $\varepsilon$  формулой

$$a = \varepsilon d / 2, \quad (2)$$

где  $d$  – диаметр диска, на который намотана нить.

Вращательный момент силы  $M$ , действующий на маятник, определяется выражением:

$$M = Td / 2 - M_T, \quad (4)$$

где  $T$  – сила натяжения нити,  $M_T$  – момент сил трения в оси.

С другой стороны, сила  $T$  вместе с силой тяжести вызывает движение груза с ускорением  $a$ :

$$m_0 a = m_0 g - T \quad (5)$$

Отсюда момент силы можно выразить так:

$$M = m_0 (g - a) d / 2 - M_T \quad (6)$$

Если подставить в (6) в (1), воспользовавшись формулой (2), получим выражение:

$$J\varepsilon = m_0 (g - \varepsilon d / 2) d / 2 - M_T,$$

после преобразования которого уравнение динамики маятника Обербека приобретет вид:

$$(J + m_0 d^2 / 4) \varepsilon = m_0 g d / 2 - M_T \quad (7)$$

Теоретическое значение момента инерции крестовины с 4-мя грузами

$$J = J_O + 4J_m + 4mr^2. \quad (8)$$

Здесь  $J_O$  – суммарный момент инерции крестовины без грузов,  $J_m$  – момент инерции подвижного груза относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси вращения крестовины,  $r$  – расстояние от оси вращения маятника до центра масс грузов,  $m$  – масса каждого из четырех подвижных грузов.

Величина  $J_m + mr^2$  в (8) есть момент инерции подвижного груза относительно оси вращения крестовины. При этом использована **теорема Гюйгенса - Штейнера**: *момент инерции тела относительно любой оси вращения равен моменту инерции*

тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями.

В данной работе необходимо определить постоянную часть момента инерции маятника Обербека – величину  $J_C = J_O + 4J_m$ , не зависящую от расположения подвижных грузов на крестовине.

Поскольку величина момента трения в оси неизвестна, воспользоваться для этого напрямую формулой (7) нельзя.

Если рассмотреть два положения грузов относительно оси маятника –  $r_1$  и  $r_2$ , то можно переписать дважды (7). С учетом (8) эти выражения приобретут вид:

$$(J_O + 4J_m + 4mr_1^2 + m_0 d^2/4) \varepsilon_1 = m_0 g d/2 - M_T \quad (9)$$

$$(J_O + 4J_m + 4mr_2^2 + m_0 d^2/4) \varepsilon_2 = m_0 g d/2 - M_T \quad (10)$$

Равенство правых частей этих равенств означает и равенство их левых частей:

$$(J_C + 4mr_1^2 + m_0 d^2/4) \varepsilon_1 = (J_C + 4mr_2^2 + m_0 d^2/4) \varepsilon_2 \quad (11)$$

Отсюда можно найти искомую величину  $J_C$ :

$$J_C = 4m \frac{r_2^2 \varepsilon_2 - r_1^2 \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} - m_0 \frac{d^2}{4} \quad (12)$$

Формула (12) являются расчетной в данной работе.

## 5. Описание лабораторной установки

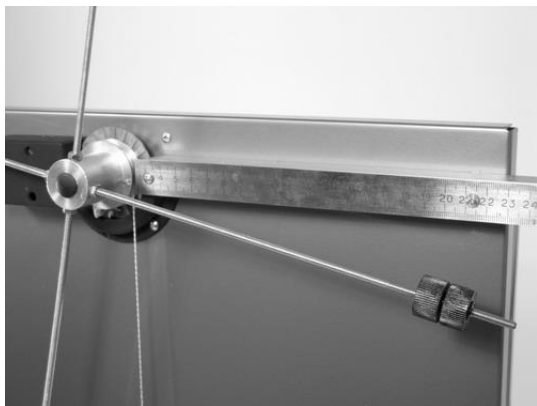


Рис.3



Рис.4

Для выполнения задачи работы необходимо выполнить две серии измерений угловых ускорений маятника при двух различных удаленностях грузов на крестовине от ее оси –  $r_1$  и  $r_2$ . Для определения этих расстояний на лабораторном стенде установлена линейка (рис.3). На практике положения грузов на крестовине меняется с помощью их перемещения по резьбовым спицам крестовины. Фиксация грузов в каждой серии измерений осуществляется путем законтривания двух резьбовых половин каждого груза в выбранном положении (рис.4).

Как следует из уравнения (7), угловое ускорение маятника – постоянная для выбранного положения грузов величина, т.е. вращение является равноускоренным. В




этом случае угловое ускорение можно определять по углу наклона графика угловой скорости от времени ( $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ ).

## 6. Порядок проведения лабораторной работы

1. Перенесите в таблицу 1 данные о массе грузов  $m$  и  $m_0$ , диаметре шкива  $d$  и выбранных Вами удаленностях грузов на крестовине от ее оси -  $r_1$  и  $r_2$ .

Таблица 1

$m = 60 \pm 2\text{г};$	$d = 32 \pm 2\text{мм};$	$m_0 = 120 \pm 2\text{г};$	$r_1 = \dots \pm \dots \text{мм};$	$r_2 = \dots \pm \dots \text{мм}$
-------------------------	--------------------------	----------------------------	------------------------------------	-----------------------------------

2. Соберите лабораторную установку, зафиксировав подвижные грузы (рис.4) на выбранном расстоянии от оси вращения маятника. Подключите датчик угловой скорости к входу концентратора, присоединив последний к USB – входу компьютера.
3. После включения компьютера запустите программу физического практикума «Датчики». На панели устройств выберите соответствующий сценарий проведения эксперимента (Alt+C) .
4. Запустите измерения для выбранного датчика (Ctrl+S)  и сразу, непосредственно вслед за запуском приведите в движение маятник, предоставив ему возможность вращаться под действием веса груза 3 (рис.1).
5. После вращения маятника на несколько оборотов остановите измерения (Ctrl+T) .
6. Проведите обработку полученных данных в соответствии со сценарием и произведите оценку углового ускорения маятника по углу наклона графика зависимости угловой скорости от времени.
7. Повторите эксперимент в соответствии с пп. 4-6 еще 4 раза. Результаты измерений запишите в таблицу 2.
8. Измените расположения грузов на крестовине, зафиксировав их на другом расстоянии от оси маятника. Выполните вторую серию экспериментов в новом положении грузов по пп. 4-7. Результаты измерений запишите в таблицу 2.

к, номер опыта	Угловое ускорение $\varepsilon_{k1}, \text{с}^{-2}$	Среднее угловое ускорение $\varepsilon_1, \text{с}^{-2}$	Угловое ускорение $\varepsilon_{k2}, \text{с}^{-2}$	Среднее угловое ускорение $\varepsilon_1, \text{с}^{-2}$	Момент инерции (12) $J_C, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
1					
2					
3					
4					
5					

## 7. Обработка результатов измерений

1. Используя полученные результаты, определите среднее угловые ускорения для каждой серии экспериментов.
2. Определите момент инерции  $J_C$  по формуле (12).
3. Используя правила оценки погрешностей косвенных измерений, определите погрешности оценки момент инерции  $J_C$ .
4. Запишите окончательный результат работы в виде

$$J_C = \langle J_C \rangle \pm \Delta J_C \text{ м/с, } \delta J_C = \dots \%$$

где вместо  $\langle J_C \rangle$  и  $\Delta J_C$  следует подставить полученные Вами численные значения этих величин, а  $\delta J_C$  указывает относительную погрешность Ваших измерений.

## 8. Указания по технике безопасности

1. Перед выполнением работы получите инструктаж у лаборанта.
2. Соблюдайте общие правила техники безопасности работы в лаборатории "Физика".
4. Шнур наматывать на шкив виток к витку, вращая крестовину против часовой стрелки до перемещения груза 3 (рис.1) в верхнее положение.

## 9. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
2. Что называется моментом инерции твердого тела?
3. Что называется моментом силы и в каких единицах он измеряется?
4. Сформулируйте теорему Гюйгенса - Штейнера.
6. Рассчитайте момент инерции тела по указанию преподавателя.

## 10. Справочные материалы

1. Приложение 1. Оценка погрешности измерений.
2. Приложение 2. Датчики, интерфейсы, программное обеспечение